Лоренц-фактор движущегося электрона и волны де Бройля

М.Е. Шульман

Одним из основных математических инструментов специальной теории относительности (СТО) является преобразования Лоренца. Напомним, как преобразуются величины для тел, движущихся в инерциальных системах отсчёта со скоростью v относительно условно неподвижного наблюдателя:

длина $l = l_0\sqrt{1-\frac{\vartheta^2}{c^2}}$; время $t = \frac{t_0}{\sqrt{1-\frac{\vartheta^2}{c^2}}}$; масса $m = \frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{\vartheta^2}{c^2}}}$.

Подкоренное выражение преобразуем таким образом: $\sqrt{1-\frac{\vartheta^2}{c^2}} = \frac{\sqrt{c^2-\vartheta^2}}{c}$. Обратное выражение $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{\vartheta^2}{c^2}}} = \frac{c}{\sqrt{c^2-\vartheta^2}}$ называется лоренц-фактором.

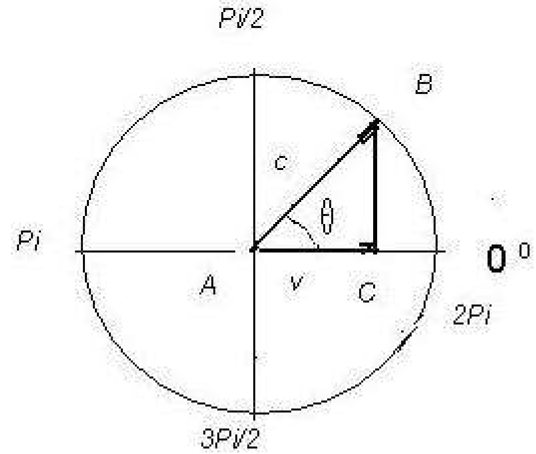

Рис.1

(Для того, чтобы дальнейшее было понятно и тем, кто призабыл школьный курс, позволю себе кое- что напомнить. Теорема Пифагора: квадрат гипотенузы прямоугольного треугольника равен сумме квадратов катетов: $(AB)^2 = (BC)^2 + (AC)^2$ (Рис. 1). Следовательно, катет $BC = \sqrt{(AB)^2 - (AC)^2}$. Отношение к гипотенузе катета, противолежащего углу θ называется синусом этого угла: $\frac{BC}{AB} = \sin\theta$, обратное отношение – косекансом. Отношение катета, прилежащего к углу θ, является косинусом этого угла, обратное отношение – секансом. Следовательно, $\frac{AC}{AB} = \frac{\vartheta}{c} = \cos\theta = \frac{1}{\sec\theta}$. $\frac{BC}{AC} = tg\theta$, $\frac{AC}{BC} = ctg\theta$.)

Теперь Лоренц-преобразования можно записать по-другому: $l = l_0 \sin\theta$, $t = \frac{t_0}{\sin\theta}$, $m = \frac{m_0}{\sin\theta}$. Заметим, что возрастая, скорость поступательного движения v стремится к скорости света c. При изменении скорости от 0 до c угол θ уменьшается от $\pi/2$ до 0, при этом синус и продольная длина падают до 0, а косеканс возрастает от 1 до

бесконечности и соответственно возрастает масса тела и длительность движения с точки зрения условно-неподвижного наблюдателя.
В отличие от привычных формул теории относительности, где лоренц-преобразования иногда записываются в виде гиперболических функций в псевдоевклидовом пространстве Минковского, мы приняли вектор скорости света за гипотенузу прямоугольного треугольника в обычном евклидовом пространстве.

Наконец настало время разобраться, что это за угол тэта, имеет ли он физический смысл или является лишь математическим образом, отражающим соотношения между скоростью света и скоростью движущегося тела? Я уже представлял в сообществе «Физика» свою гипотезу строения электрона. Новая изрядно переработанная редакция её размещена на моем сайте shulman-m.narod.ru.[1] Суть её в том, что электрон представляется в виде частицы с единичным зарядом – протоэлектрона. Масса протоэлектрона составляет половину массы электрона, радиус его равен классическому радиусу электрона. Протоэлектрон вращается со скоростью света по орбите комптоновского радиуса, Отношение радиуса протоэлектрона к радиусу его орбиты равно постоянной тонкой структуры. При этих условиях легко получить спин и магнитный момент (магнетон) электрона. Вторая половина массы электрона может быть получена, при некоторых допущениях, за счёт магнитной и кинетической энергий вращения.

Рассмотрим поступательное движение такого электрона в однородном внешнем электрическом поле. При этом центр вращения перемещается со скоростью v вдоль оси воображаемого цилиндра (Рис. 2), а сам протоэлектрон описывает винтовую линию по поверхности этого цилиндра.

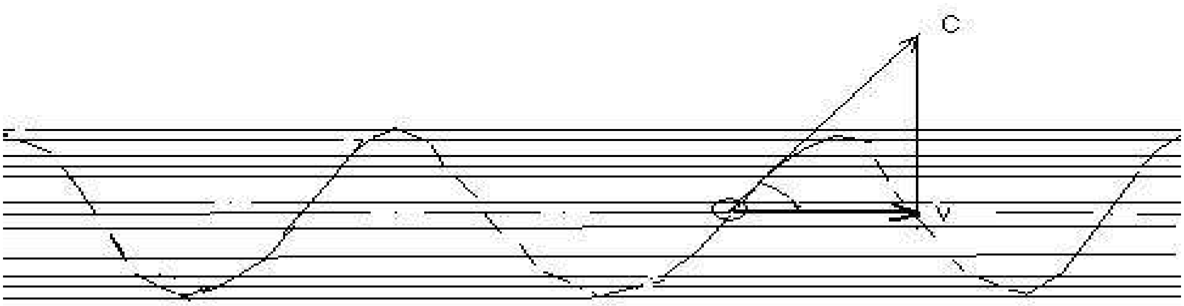

Рис. 2.

Из рисунка мы видим, что лоренц-фактор это косеканс угла между векторами орбитальной скорости протоэлектрона и поступательной скорости электрона в целом.

$$\theta = \arccos(\frac{\vartheta}{c}) \ .$$

Заметим, что вектор спина при этом отклоняется от направления движения и прецессирует вокруг него под углом $\frac{\pi}{2} - \theta$. Под таким же углом прецессирует противоположно направленный магнитный момент электрона.

$$E_{внутр} + E_{кин} = m_e c^2 + \frac{m_e V^2}{2} \ .$$

Одновременно с поступательным движением протоэлектрон продолжает орбитальное вращение со скоростью света и эта скорость не может быть ни больше, ни меньше. А суммарная скорость так же не может превышать скорости света. Где же выход? Единственный выход – с появлением и ростом поступательной скорости уменьшать радиус орбиты протоэлектрона, умножая его на синус угла между векторами поступательной и орбитальной скоростей. При этом, естественно, уменьшается и длина орбиты.

$$\lambda = 2\pi R_{ce} \frac{\sqrt{c^2 - \vartheta^2}}{c} = 2\pi R_{ce} \sin\theta .$$

Здесь R_{ce} - комптоновский радиус электрона (приведенная комптоновская длина волны покоящегося электрона)

Вспомним, что радиус орбиты протоэлектрона прямо пропорционален радиусу самого протоэлектрона [1] и коэффициентом пропорциональности служит постоянная тонкой структуры. Следовательно, радиус протоэлектрона также уменьшается, что вызывает возрастание его массы и энергии.

$$r_{pe} = r_0 \sin\theta ;$$

$$m_{pe} c^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r_0 \sin\theta} .$$

Здесь m_{pe} - масса протоэлектрона в покоящемся электроне, е – заряд электрона, r_0 - его классический радиус, ε_0 - электрическая постоянная.

Полная масса и энергия электрона вдвое больше массы и энергии протоэлектрона.

$$m(\vartheta)c^2 = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r_0 \sin\theta} = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r_0} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{\vartheta^2}{c^2}}} .$$

Мы видим, что масса, энергия и импульс движущегося электрона приобретают привычный релятивистский вид [2]:

$$m(\vartheta) = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{\vartheta^2}{c^2}}} ; \quad E(\vartheta) = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \frac{\vartheta^2}{c^2}}} ; \quad p(\vartheta) = \frac{m_0 \vartheta}{\sqrt{1 - \frac{\vartheta^2}{c^2}}} . \qquad (1)$$

Здесь m_0 -масса покоя электрона

Рассмотрим с этой точки зрения, что представляют собой волны де Бройля движущегося электрона [3]. Длина волны де Бройля

$$\lambda_B = \frac{h}{m(\vartheta)\vartheta} ,$$

частота

$$\nu_B = \frac{E(\vartheta\}}{h} . \qquad (2)$$

Согласно [1]

$$h = m_0 2\pi R_{ce} c . \qquad (3)$$

С учетом формул (1) и (3) $\lambda_B = \frac{m_0 2\pi R_{ce} c}{m_0 \vartheta} \sqrt{1 - \frac{\vartheta^2}{c^2}} = \frac{c}{\vartheta} 2\pi R_{ce} \sqrt{1 - \frac{\vartheta^2}{c^2}} = \lambda_{ce} tg\theta ;$

$$\nu_B = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \frac{\vartheta^2}{c^2}}} \cdot \frac{1}{m_0 2\pi R_{ce} c} = \frac{c}{2\pi R_{ce} \sqrt{1 - \frac{\vartheta^2}{c^2}}} = \frac{c}{\lambda_{ce} \sin\theta} .$$

Здесь λ_{ce} - комптоновская длина волны электрона.

Следствиями полученных формул являются:

1.Волны де Бройля для покоящегося электрона не имеют смысла.

2.С ростом поступательной скорости и уменьшением угла между векторами поступательной и орбитальной скоростей длина волны уменьшается по закону тангенса, стремясь от бесконечно большого значения к нулю, частота возрастает от частоты протоэлектрона в покоящемся электроне до бесконечности.

3.Волны де Бройля отражают уменьшение радиуса орбиты протоэлектрона с ростом поступательной скорости и могут быть выражены через длину орбиты покоящегося электрона – комптоновскую длину волны.
4.Опыт Девиссона и Джермера, подтвердивший наличие волн де Бройля, по существу является прямым доказательством составной модели электрона [1].

Истинная длина волны напряженности электрического поля и прецессии спина и магнитного момента вдоль траектории электрона равна поступательному перемещению центра орбиты за один оборот протоэлектрона:

$$\lambda_1 = \vartheta \frac{2\pi R_{ce}\sqrt{1-\frac{\vartheta^2}{c^2}}}{c} = \frac{\vartheta}{c}\lambda_{ce}\sin\theta .$$

Частота таких волн $\nu = \frac{\vartheta}{\lambda_1} = \frac{c}{\lambda_{ce}\sin\theta}$ совпадает с предложенной де Бройлем.

Вычисление скоростей, при которых релятивистская масса электрона достигла бы значений массы его короткоживущих аналогов – мюона и тау-лептона, дало следующие результаты: для мюона 0,9999883с, для тау-лептона 0,9999999586с. Цифры впечатляют.

Проделанное исследование приводит к мысли о том, что эйнштейновским инвариантным интервалом является, по крайней мере, для движущегося электрона, длина винтовой траектории протоэлектрона.

ЛИТЕРАТУРА

1. М.Е. Шульман. О структуре электрона и других заряженных лептонов. http://shulman-m.narod.ru/. 2012.
2. В.А. Угаров. Специальная теория относительности. «Наука», М.,1969.
3. Н.И. Карякин, К.Н. Быстров, П.С. Киреев. Краткий справочник по физике. Издание третье. «Высшая школа», М.,1969.